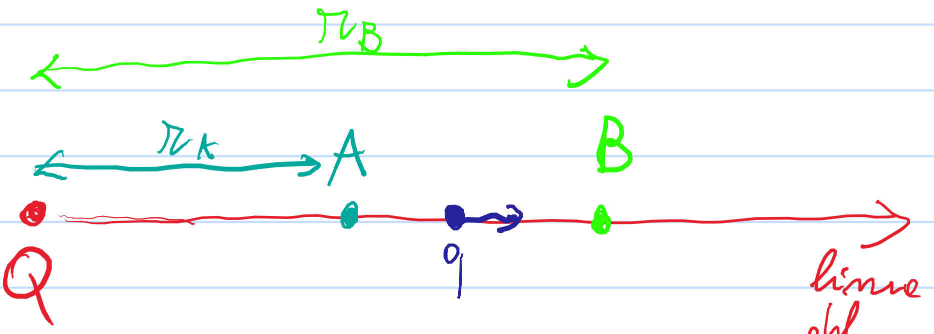
CALCOLO DEL LAVORO NELLO SPOSTAMENTO DI UNA CARICA DI PROVA $q>0$ IN UN CAMPO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME $Q>0$ LUNGO UNA LINEA DI CAMPO

(secondo Caforio Ferilli)



Forza di Coulomb su q

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}q$$

Lavoro $\quad L = \vec{F}\cdot\vec{s}$

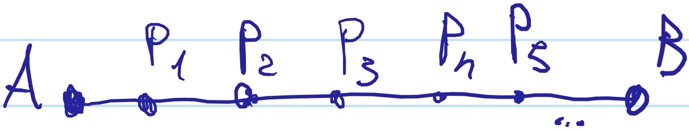
per definizione è il prodotto scalare della forza $\vec{F}$ per lo spostamento $\vec{s}$

nel nostro caso $\vec{F}$ e $\vec{s}$ sono paralleli

Quindi $L = F \cdot s$

Il problema è che per la legge di Coulomb la forza dipende dalla distanza tra le cariche e cioè da r, e dunque cambia durante lo spostamento della carica q

Supponiamo allora di dividere lo spostamento da A a B s in tanti spostamenti in tratti così piccoli tali che la forza su di essi si possa considerare costante:



Allora $s = AP_1 + AP_2 + AP_3 + \dots + AP_N$

Su ciascun tratto prendiamo come distanza media la MEDIA GEOMETRICA

$$\sqrt{r_A r_1} \quad \sqrt{r_1 r_2} \quad \sqrt{r_2 r_3} \quad \text{etc}$$

Dunque il lavoro $L = L_1 + L_2 + \dots L_N$

Ma $L_1 = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r_A r_1} \cdot (r_1 - r_A) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_1}\right)$

$$L_2 = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r_1 r_2}(r_2 - r_1) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

etc

DUNQUE

$$L = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_1}\right) + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_B}\right)\right.$$

$$L = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Se ora ricordiamo la definizione di energia potenziale:

$$\Delta U = U_B - U_A = -L_{A \to B} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Allora possiamo definire l'energia potenziale di una carica q>0 in un campo generato dalla carica puntiforme Q > 0 come

$$U = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} + cost$$

Ricordiamo infatti che l'energia potenziale è definita a meno di una costante

Facendo la scelta di assegnare U=0 alla carica q quando è a distanza infinita da Q (che significa che lì il campo elettrico è praticamente nullo e la carica ferma non è quindi in grado di compiere lavoro), allora la costante è nulla e l'energia potenziale sarà

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

Da non confondere con

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$ il campo elettrico

generato dalla carica Q