

# VERSO L'INVALSI

Questa prova può essere affrontata all'inizio della quinta.

**1** Andrea si è dimenticato il codice che deve digitare per aprire il portone del palazzo in cui vive. Sa che è formato da 4 cifre (da 0 a 9), e si ricorda che le cifre diverse che compaiono nel codice sono 3 e che le due cifre uguali sono consecutive. Quanti tentativi dovrebbe fare Andrea, al massimo, per entrare nel palazzo?

**2** Considera il polinomio  $p(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$ .

a.  $p(x)$  è divisibile per  $x + 1$ .  V  F

b.  $p(-2) = 0$ .  V  F

c.  $p(x) > 0$  per  $x > -1$ .  V  F

d.  $\frac{p(x)}{x+2} \leq 0$  se  $x < -2 \vee x \geq -1$ .  V  F

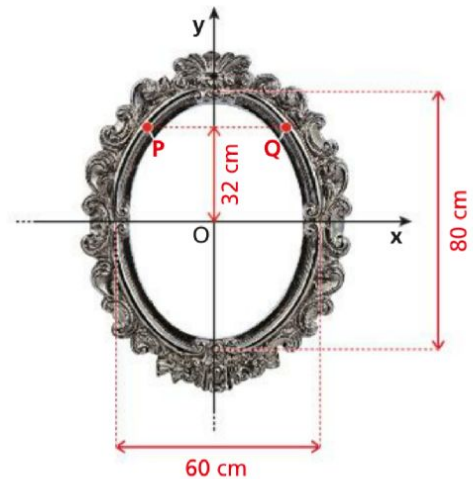
**3** La soluzione dell'equazione  $2 \cos(2x) + 1 = 0$  nell'intervallo  $[\pi; \frac{3}{2}\pi]$  è:

- A  $-\frac{2\pi}{3}$ .  D  $\frac{7\pi}{6}$ .
- B  $\frac{2\pi}{3}$ .  E  $\frac{17\pi}{12}$ .
- C  $\frac{4\pi}{3}$ .

**4** La pendenza media di una strada si calcola come il rapporto (solitamente espresso in percentuale)  $\frac{\Delta h}{\Delta x}$ , dove  $\Delta h$  è il dislivello verticale tra il punto iniziale e il punto finale e  $\Delta x$  è la distanza orizzontale (cioè la lunghezza della proiezione sul piano dell'orizzonte).

- a. Se un tratto di strada con una pendenza costante dell'8% sale di 220 m, qual è la lunghezza, in metri, della strada? (Approssima il risultato all'unità.)
- A 2750 m  C 276 m  E 176 m
- B 2759 m  D 1760 m
- b. Baldwin Street (a Dunedin, in Nuova Zelanda) è una strada con una pendenza media del 35%. Qual è l'ampiezza dell'angolo che la strada forma con l'orizzonte? Esprimi il risultato in gradi sessagesimali, approssimando il risultato all'unità.

**5** Lo specchio in figura ha forma ellittica.



a. Qual è l'equazione del bordo dello specchio nel sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$ ?

A  $900x^2 + 1600y^2 = 1$

B  $3600x^2 + 6400y^2 = 1$

C  $\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{1600} = 1$

D  $\frac{x^2}{3600} + \frac{y^2}{6400} = 1$

E  $(x - 30)^2 + (y - 40)^2 = 1$

b. Lo specchio viene appeso tramite due gancetti situati nei punti  $P$  e  $Q$  dell'ellisse (sul retro dello specchio). Quanto distano tra loro i due gancetti?

**6** Quale delle seguenti coniche ha come centro di simmetria il punto  $(1; 1)$ ?

A  $y^2 - x^2 = 3$

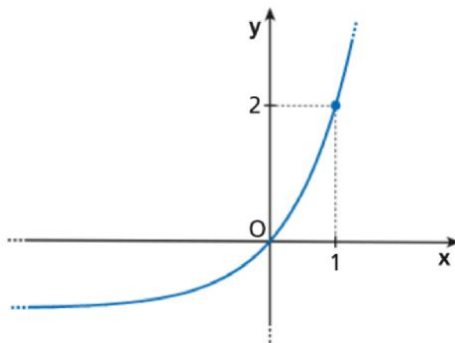
B  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

C  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

D  $y = x^2 - 3$

E  $xy - x - y = 0$

- 7** Nel seguente grafico è rappresentata una funzione del tipo  $y = a^x + b$ . Trova  $a$  e  $b$ .



- A**  $a = 2, b = 1$   
**B**  $a = 2, b = 0$   
**C**  $a = 2, b = -1$   
**D**  $a = 3, b = 0$   
**E**  $a = 3, b = -1$

- 8** Nel gioco della briscola si distribuiscono 3 carte (da un mazzo di 40) a ciascun giocatore. Qual è la probabilità, per un giocatore, di avere una mano formata da 3 assi?

- 9** Considera un cono con raggio di base  $R$  e altezza  $h$ . Quale delle seguenti funzioni esprime il raggio della sezione circolare ottenuta intersecando con il cono il piano parallelo alla base e a distanza  $x$  da essa?

- A**  $f(x) = \sqrt{R^2 + x^2}$   
**B**  $f(x) = \sqrt{R^2 + (h - x)^2}$   
**C**  $f(x) = \frac{R}{h}(h - x)$   
**D**  $f(x) = \frac{R}{h}x$   
**E**  $f(x) = \frac{h}{R}(R - x)$

- 10** Qual è il più grande fra i seguenti numeri?

- A**  $\sqrt{2^5}$                       **D** 4  
**B**  $\left(\frac{1}{2^{-10}}\right)^{\frac{1}{4}}$                       **E**  $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$   
**C**  $\sqrt[3]{4^4}$

- 11** Quale delle seguenti coppie di equazioni rappresenta una trasformazione geometrica che trasforma la retta di equazione  $x = 2y$  in se stessa?

**A**  $\begin{cases} x' = 3x - 4 \\ y' = 3y - 2 \end{cases}$

**B**  $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

**C**  $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$

**D**  $\begin{cases} x' = 2 - x \\ y' = 4 - y \end{cases}$

- E** Nessuna delle precedenti.

- 12** La disequazione  $\sqrt{x^2} < x + 1$  ha come soluzione:

**A**  $-\frac{1}{2} < x < 0$ .

**B**  $x \geq 0$ .

**C** ogni  $x \in \mathbb{R}$ .

**D** nessun  $x \in \mathbb{R}$ .

**E**  $x > -\frac{1}{2}$ .

- 13** Alle elezioni universitarie si presentano la lista A e la lista B, ognuna delle quali ha 5 componenti. I seggi da assegnare sono 5. Per ripartirli fra le due liste, si procede come segue:

- si determinano i *quotienti di lista*, dividendo i voti ricevuti da ogni lista per 1, 2, 3, 4 e 5;
- si dispongono in ordine decrescente i quozienti così ottenuti: i primi 5 quozienti determinano la ripartizione dei seggi.

Il totale dei voti validi ricevuti dalle due liste è 220.

- a.** Se la lista A riceve 152 voti, a quanti seggi ha diritto?

**A** 1

**D** 4

**B** 2

**E** 5

**C** 3

- b.** Qual è il numero minimo di voti che deve ricevere A per ottenere tutti e 5 i seggi?

- 14** Se  $a > 0$ , quanto vale  $\log_a\left(\frac{\sqrt{a}}{a^2}\right)$ ?

- 15** Se

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ e } \sin \alpha = \frac{4}{5},$$

quanto vale  $\tan(2\alpha)$ ?