

Scomponiamo i seguenti polinomi:

a. $a(x-1) + b(x-1)^2$ b. $(a+2)^2 + (a+2)$

Attenzioni! In questi esercizi non bisogna sviluppare i calcoli ma eseguire subito i raccoglimenti opportuni.

a. $a(x-1) + b(x-1)^2 =$

$= a(x-1) + b(x-1)(x-1) =$ *Riscrivendo il quadrato come prodotto*

$= (x-1)[a + b(x-1)] =$ *Raccogliendo $(x-1)$*

$= (x-1)(a + bx - b)$ *Svolgendo i calcoli*

b. $(a+2)^2 + (a+2) =$

$= (a+2)(a+2) + (a+2) \cdot 1 =$

$= (a+2)(a+2+1) =$ *Raccogliendo $(a+2)$*

$= (a+2)(a+3)$ *Svolgendo i calcoli*

Scomponi i seguenti polinomi eseguendo raccoglimenti totali di opportuni polinomi.

27 $3(5-x) + x(5-x)$

28 $x(2x-3) + 5(2x-3)$

$[(2x-3)(x+5)]$

29 $3(x+2) + a(x+2)$

30 $x(x+2) + (x+1)(x+2)$

$[(x+2)(2x+1)]$

31 $3x(2x-1) + (2x-1)$

32 $x(x-2) + (2-x)$

$[(x-2)(x-1)]$

33 $(x-3)^2 - 3(x-3)$

34 $(x+4)^2 + 2(x+4)$

$[(x+4)(x+6)]$

35 $3a(a+b) - x(a+b)$

36 $(2a+b)^2 - (2a+b)$

$[(2a+b)(2a+b-1)]$

37 $x(y+z) - 2(y+z)$

38 $(a+1)(a^2+1) - (a-1)(a^2+1)$

$[2(a^2+1)]$

39 $(x-1)(x+2)^2 + (x-1)^2(x+2)$

40 $35(a+b)^5 - 7(a+b)^6$

$[7(a+b)^5(5-a-b)]$

41 $a^4(b+1) + a^3(b+1)^2$

42 $2(a+1)x^2 + 6(a+1)^2x$

$[2x(a+1)(x+3a+3)]$

43 $2m^4(n+1)^4 + 4m^8(n+1)^5$

$[2m^4(n+1)^4(1+2nm^4+2m^8)]$

Raccoglimenti parziali

44 ESERCIZIO SVOLTO

Scomponiamo il polinomio $2a^3 + a^2 - 6a - 3$.

$$2a^3 + a^2 - 6a - 3 =$$

Raccogliamo a^2 tra i primi due termini e -3 tra gli ultimi due

$$= a^2(2a + 1) - 3(2a + 1) =$$

Raccogliamo ora il fattore $(2a + 1)$

$$= (2a + 1)(a^2 - 3)$$

45 ESERCIZIO GUIDATO

Scomponi i seguenti polinomi:

a. $a^3 + a^2b + 2a + 2b$ b. $ax - 2a - x + 2$

Completa le seguenti tracce di scomposizione.

a. $a^3 + a^2b + 2a + 2b =$

$$= a^2(\dots + b) + 2(\dots + \dots) = (\dots + b)(a^2 + \dots)$$

b. $ax - 2a - x + 2 = \dots(x - 2) - 1(\dots) = (x - 2)(\dots)$

Scomponi i seguenti polinomi.

46 $3x + 3 + x^2 + x$

$$[(x + 1)(x + 3)]$$

47 $2x + 2 - 3x^2 - 3x$

$$[(x + 1)(2 - 3x)]$$

48 $x^3 + x^2 + x + 1$

$$[(x + 1)(x^2 + 1)]$$

49 $a^3 - 2a^2 + a - 2$

$$[(a - 2)(a^2 + 1)]$$

50 $x^6 + x^4 + x^2 + 1$

$$[(x^2 + 1)(x^4 + 1)]$$

51 $t^5 - 5t^4 + t - 5$

$$[(t - 5)(t^4 + 1)]$$

52 $ax + x + a + 1$

$$[(a + 1)(x + 1)]$$

53 $a^3 + 2a^2 - a - 2$

$$[(a^2 - 1)(a + 2)]$$

54 $2x^5 + 4x^3 + 3x^2 + 6$

$$[(x^2 + 2)(2x^3 + 3)]$$

55 $-2bx + ax - 4b + 2a$

$$[(x + 2)(a - 2b)]$$

56 $x^5 - x^3 + 2x^2 - 2$

$$[(x^2 - 1)(x^3 + 2)]$$

57 $2a^3 + a^2b + 2ab^2 + b^3$

$$[(a^2 + b^2)(2a + b)]$$

58 $3x^2 + xy - 6xz - 2yz$

$$[(x - 2z)(3x + y)]$$

59 $4a^2 + 6ab + 6a + 9b$

$$[(2a + 3)(3b + 2a)]$$

60 $x^3y^3 - x^2y^2 + 2xy - 2$

$$[(xy - 1)(x^2y^2 + 2)]$$

61 ESERCIZIO GUIDATO

Scomponi il polinomio: $(x + y)^2 - 3x - 3y$.

Non conviene sviluppare il quadrato, ma procedere come suggerito nelle seguenti uguaglianze:

$$(x + y)^2 - 3x - 3y = (x + y)^2 - 3(x + y) = (x + y)(\dots)$$

si può
raccogliere -3

si può ora
raccogliere $(x + y)$

$$[(x + y)(x + y - 3)]$$

62 $2x - 2 + (x - 1)^2$

$$[(x + 1)(x - 1)]$$

63 $3x + 3 + (x + 1)(x + 6)$

$$[(x + 1)(x + 9)]$$

64 $12x - 4 - (3x - 1)^2$

$$[(1 - 3x)(3x - 5)]$$

65 $5a + 10 - 2(a + 2)^2$

$$[(a + 2)(1 - 2a)]$$

66 $(3x - 1)^2 - 6x + 2$

$$[3(x - 1)(3x - 1)]$$

67 $(4t + 5)(2t + 3) - 12t - 15$

$$[2t(4t + 5)]$$

68 $ax - a + (x - 1)^2$

$$[(x - 1)(a + x - 1)]$$

69 $4x - 4 - 3(x - 1)^2$

$$[(x - 1)(7 - 3x)]$$

70 $ab - a - 3(b - 1)(b + 2)$

$$[(a - 3b - 6)(b - 1)]$$

71 $a^8b + a^2b^7 - 3a^6 - 3b^6$

$$[(a^2b - 3)(a^6 + b^6)]$$

Esercizi riassuntivi sui raccoglimenti parziali e totali

72 Vero o falso?

- | | |
|---|---|
| a. $x^{10}y^5 - x^5y^{10} - 2x^5y^6 = x^5y^5(x^5 - y^5 - 2y)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| b. $x^9y^7 - x^6y^8 = x^6y^7(x^2 - y)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| c. $(x - y)^3 - (x - y)^2(a - b) = (x - y)^2(x - y - a - b)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| d. $x^6 + x^5 + x^4 = x^4(x^2 + x)$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |
| e. $x^9 - x^8y - (x - y)^5 = (x - y)[x^8 - (x - y)^4]$ | <input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F |

[2 uguaglianze vere e 3 false]

73 Caccia all'errore. Barbara ha commesso alcuni errori nello svolgimento delle seguenti scomposizioni. Individua gli errori commessi e correggili.

- a. $a(y + z) - (b + 1)(y + z) = (a - b + 1)(y + z)$
 b. $a^2bc - ab^2c - b^2 = ab(ac - bc - b)$
 c. $(a - 1)^2 - 2(a - 1)(a + 2) = (a - 1)[(a - 1) - 2a + 2] = (a - 1)(1 - a)$
 d. $(x + 1)^3y + (x + 1)^2 + (x + 1) = (x + 1)[(x + 1)^2y + (x + 1)]$

74 ESERCIZIO GUIDATO

Scomponi il polinomio $x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2$.

Completa la seguente traccia di scomposizione.

$$\begin{aligned}
 &x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 = \\
 &= x^2(\dots + \dots + \dots + \dots) = && \text{Raccoglimento totale di } x^2 \\
 &= x^2[x^2(\dots + \dots) + 2(\dots + \dots)] = && \text{Raccoglimenti parziali} \\
 &= x^2(\dots + \dots)(x^2 + 2) && \text{Raccoglimento totale}
 \end{aligned}$$

Scomponi i seguenti polinomi.

- | | |
|--|-------------------------------|
| 75 $2x^4 - 4x^2$ | $[2x^2(x^2 - 2)]$ |
| 76 $2x(x + 4) - (x + 4)$ | $[(x + 4)(2x - 1)]$ |
| 77 $5x + 5 - x(x + 1)$ | $[(x + 1)(5 - x)]$ |
| 78 $3a + 1 + 3a^3 + a^2$ | $[(a^2 + 1)(3a + 1)]$ |
| 79 $10t^4 + 5t^3$ | $[5t^3(2t + 1)]$ |
| 80 $x^2(x^3 + 1) + 5x^3 + 5$ | $[(x^3 + 1)(x^2 + 5)]$ |
| 81 $5x - 15 + x(3 - x)$ | $[(x - 3)(5 - x)]$ |
| 82 $(t - 2)^2 - 2t + 4$ | $[(t - 2)(t - 4)]$ |
| 83 $2x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 12x$ | $[2x(x^2 + 3)(x - 2)]$ |
| 84 $3x^2(2x - 1) + 5x(2x - 1)$ | $[x(2x - 1)(3x + 5)]$ |
| 85 $3a^4 + 6a^3 + 9a^2 + 18a$ | $[3a(a + 2)(a^2 + 3)]$ |
| 86 $a^3b + a^2b^2 + a(a + b)^2$ | $[a(a + b)(ab + a + b)]$ |
| 87 $12x^6 + 18x^5 + 8x^4 + 12x^3$ | $[2x^3(2x + 3)(3x^2 + 2)]$ |
| 88 $4a^2x^4 + 6a^4x^3 + 4a^3x^2 + 6a^5x$ | $[2a^2x(a + x^2)(3a^2 + 2x)]$ |
| 89 $2a^6 + 2a^5 + a^3 + a^2$ | $[a^2(a + 1)(2a^3 + 1)]$ |
| 90 $a^4b + a^3b^2 + a^2b^2 + ab^3$ | $[ab(a + b)(a^2 + b)]$ |
| 91 $6x^5y - 6x^4y^2 + 9x^3y^3 - 9x^2y^4$ | $[3x^2y(x - y)(2x^2 + 3y^2)]$ |
| 92 $bx^3 + ax^3 - 2x^3 + bx^2 + ax^2 - 2x^2$ | $[x^2(x + 1)(a + b - 2)]$ |
| 93 $a^3bx + a^3by - a^2b^2x - a^2b^2y$ | $[a^2b(a - b)(x + y)]$ |
| 94 $t^9 - 2t^6 + t^7 - 2t^4$ | $[t^4(t^2 + 1)(t^3 - 2)]$ |
| 95 $3a^2b - 3ab^2 + ab(a - b)^2$ | $[ab(a - b)(a - b + 3)]$ |