

## Attività 2

Qui di seguito sono riportati l'enunciato e la dimostrazione di un teorema.

Leggi entrambi molto attentamente.

**Teorema:** Il numero  $\sqrt{2}$  è irrazionale, cioè non si può scrivere come rapporto fra due numeri interi.

### Dimostrazione:

- a. Dimostriamo per assurdo.
- b. Se  $\sqrt{2}$  fosse razionale allora esisterebbero due numeri interi  $m$  e  $n$  tali che:

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

- c. Osserviamo che si può sempre supporre che  $m$  e  $n$  siano primi tra loro, cioè che la frazione  $\frac{m}{n}$  sia ridotta ai minimi termini.
- d. Dall'uguaglianza  $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$  segue che  $m^2 = 2n^2$ .
- e. Poiché  $m^2$  è pari, anche  $m$  è pari.
- f. Quindi  $n$  deve essere dispari.
- g. D'altra parte se poniamo  $m = 2k$  segue che  $m^2 = 4k^2$ .
- h. Quindi:  $2n^2 = 4k^2$ , cioè  $n^2 = 2k^2$ .
- i. Da cui segue che  $n^2$  è pari.
- l. Quindi anche  $n$  è pari.
- m. Ma avevamo visto che  $n$  doveva essere dispari.
- n. Quindi siamo arrivati ad un assurdo.
- o. Quindi il teorema è dimostrato.

Qual è l'**enunciato** del teorema? .....

Ti sembra di averlo capito? .....

Se non l'hai capito:

- Ci sono simboli che non conosci? Quali? .....
- Ci sono parole che non conosci? Quali? .....
- Ci sono espressioni che non capisci? Quali? .....

Rileggi l'enunciato e scrivi qui di seguito tutto quello che vorresti chiedere al professore per capire meglio:

.....  
 .....

Pensi di aver capito la **dimostrazione**? .....

Ci sono passi che non sono chiari? Quali? Che cos'è che non ti è chiaro? .....

.....

Scrivi di seguito tutto quello che vorresti chiedere al professore per capire meglio la dimostrazione:

.....

.....

**Rispondi ora alle seguenti domande:**

- 1 Che cosa vuol dire dimostrare per assurdo? .....
- 2 Hai visto altre dimostrazioni per assurdo? .....
- 3 Perché al punto **b** della dimostrazione si scrive  $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ ? .....
- 4 Perché al punto **c** della dimostrazione si dice che si può sempre supporre che  $m$  e  $n$  siano primi tra loro? .....
- 5 Perché al punto **d** della dimostrazione si scrive che  $m^2 = 2n^2$ ? .....
- 6 Perché (punto **e** della dimostrazione) se  $m^2$  è pari, anche  $m$  è pari? .....
- 7 Perché al punto **f** della dimostrazione si dice che  $n$  deve essere dispari? .....
- 8 Perché al punto **g** della dimostrazione si può scrivere  $m = 2k$ ? .....
- 9 Perché sempre al punto **g** si deduce che  $m^2 = 4k^2$ ? .....
- 10 Perché al punto **h** della dimostrazione si scrive che  $2n^2 = 4k^2$ ? .....
- 11 Perché al punto **i** della dimostrazione si afferma che  $n^2$  è pari? .....
- 12 Perché al punto **l** della dimostrazione si deduce che anche  $n$  è pari? .....
- 13 Perché al punto **m** della dimostrazione si afferma che  $n$  doveva essere dispari? .....
- 14 Perché al punto **n** della dimostrazione si afferma che si è arrivati a un assurdo? .....
- 15 Perché al punto **o** della dimostrazione si afferma che il teorema è dimostrato? .....

**Ecco alcuni commenti al teorema dato sopra, leggili attentamente e rispondi alla domanda finale.**

Ludovico dice: «Secondo me il teorema non è dimostrato, non vedo infatti che cosa c'entri che  $n$  sia contemporaneamente pari e dispari con il fatto che  $\sqrt{2}$  sia irrazionale».

Mirko dice: «Il teorema è falso, perché  $\sqrt{2}$  si può scrivere come  $\frac{m}{n}$ . Infatti con la calcolatrice ho trovato che  $\sqrt{2}$  è uguale a 1,4142135623, quindi è uguale alla frazione  $\frac{14142135623}{10000000000}$ ».

Nadia dice: «Il teorema è falso, perché  $\sqrt{2}$  si può scrivere come  $\frac{m}{n}$ .

Basta prendere

$$n = \sqrt{2}$$

$$m = 2$$

$$\text{e così } \frac{m}{n} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

Che cosa pensi di tali commenti?

.....

.....