

quadrati della distanza dei rispettivi pianeti dal Sole stesso.

La prima parte di questa Proposizione è dimostrata dal Fenomeno V e dalla Proposizione II del Primo Libro, e la seconda dal Fenomeno IV e dalla Proposizione IV dello stesso Libro. Questa parte potrebbe anche esser dimostrata molto rigorosamente considerando il fatto che gli *afeli* si trovano in quiete. Perchè se anche le forze che guidano i pianeti si scostassero di pochissimo da tale legge, lo spostamento degli absidi (1) in ogni singola rivoluzione (per il Corollario I della Proposizione XLV, Libro Primo) sarebbe notevole, e diverrebbe grandissimo dopo parecchi giri.

PROPOSIZIONE III. TEOREMA III. — *La forza che trattiene la Luna nella sua orbita tende verso la Terra, ed è inversamente proporzionale alla distanza dei punti della Luna dal centro della Terra.*

La prima parte di questa asserzione è dimostrata dal Fenomeno VI e dalle Proposizioni II e III del Primo Libro: e la seconda dal moto lentissimo dell'*apogeo* lunare. Infatti tale moto è appena di tre

(1) Estremi dell'asse maggiore di un'ellisse.

gradi e tre secondi per ogni rivoluzione, e quindi può esser trascurato. Ora è chiaro (per il Corollario I, Proposizione XLV, Libro Primo) che se la distanza della Luna dal centro della Terra sta al semidiametro di questa come D sta ad 1, la forza che produrrà il moto sarà inversamente proporzionale a $D^{2\frac{1}{243}}$, cioè inversamente proporzionale a quella potenza di D il cui indice è $2\frac{1}{243}$, cioè ancora inversamente proporzionale ad una grandezza poco maggiore del quadrato della distanza D: tale cioè che si avvicina per $\frac{239}{243}$ (cioè per $59\frac{3}{4}$) al quadrato, e per $\frac{1}{243}$ al cubo. Ma tale minima differenza proviene dall'azione del Sole (come in seguito mostreremo) e quindi non va considerata. L'azione del Sole volta ad allontanare la Luna dalla Terra è quasi proporzionale alla distanza fra questi due corpi; dunque (per quel che si è detto nel Corollario 2 Proposizione XIV, Libro Primo) tale azione sta alla forza centripeta della Luna come 2 sta a circa 357,45, e come 1 sta a 178 $\frac{29}{40}$. E trascurata tale piccola azione del Sole, la forza rimanente per cui la Luna è trattenuta nella sua orbita, sarà inversamente proporzionale a D^2 . Ciò che apparirà pienamente allorchè — come nella Proposizione seguente — si paragoni tale forza con la forza di gravità.

COROLLARIO. — Se la forza centripeta media per cui la Luna è trattenuta nella sua orbita aumenta prima in ragione di $177 \frac{29}{40}$ a $178 \frac{29}{40}$, poi in ragione del quadrato del semidiametro della Terra, alla distanza media fra il centro della Luna e quello della Terra, si avrà la forza centripeta lunare presso la superficie terrestre supponendo che tale forza, scendendo verso la superficie della Terra, aumenti in ragione inversa del quadrato della distanza.

PROPOSIZIONE IV. TEOREMA IV. — *La Luna gravita verso la Terra, ed essa è continuamente ritratta dal moto rettilineo e trattenuta nella sua orbita dalla forza di gravità.*

La distanza media della Luna dalla Terra è di cinquantanove semidiametri terrestri secondo vari Astronomi, di sessanta secondo Vendelino, di sessanta e un terzo secondo Copernico, e di cinquantasei e mezzo secondo Ticone. Ma Ticone e tutti coloro che seguono le Tavole di rifrazione credono che le rifrazioni del Sole e della Luna siano maggiori di quelle delle stelle fisse (ciò che è contrario alla natura della luce) fino a quattro o cinque minuti circa. E per conseguenza aumentano la parallasse della Luna di altrettanti minuti, cioè quasi di un dodicesimo o di

un quindicesimo del valore di tutta la parallasse. Corretto questo errore, si troverà una distanza di circa sessanta e mezzo semidiametri terrestri, eguale quasi a quella stabilita dagli altri astronomi. Assumiamo come distanza media sessanta semidiametri, e supponiamo che la Luna impieghi ventisette giorni, sette ore e quarantatrè minuti per compiere la sua rivoluzione attorno alla Terra, rispetto alle Stelle fisse, come appunto hanno stabilito gli astronomi; prendiamo infine 12.349.600 piedi di Parigi quale misura della circonferenza terrestre, misura stabilita in Francia. Segue da ciò che la Luna — qualora privata di ogni altro movimento scendesse verso la Terra sotto l'impulso della forza che la trattiene nella sua orbita — percorrerebbe quindici piedi francesi e mezzo al minuto. Ciò può dedursi per mezzo del calcolo sia dalla Proposizione XXXVI del Primo Libro, sia (ciò che è lo stesso) dal Corollario 9 della IV Proposizione stabilita nello stesso Libro. Infatti, quell'arco che la Luna percorre in un minuto, di moto medio, alla distanza di sessanta semidiametri dalla Terra è di $15 \frac{1}{12}$ piedi di Parigi, e più precisamente di quindici piedi, un pollice, una linea e $\frac{4}{9}$ di linea. Ora questa forza, avvicinandosi alla Terra, deve aumentare in ragione inversamente proporzionale al

quadrato della distanza fra la Terra stessa e la Luna, e perciò deve essere 60×60 volte più grande alla superficie della Terra che non nel punto dello spazio in cui si trova la Luna. Se un corpo cadesse con tale forza dovrebbe percorrere $60 \times 60 \times 15 \frac{1}{12}$ piedi di Parigi al minuto, e $15 \frac{1}{12}$ piedi al secondo, o più esattamente quindici piedi, un pollice, una linea e $\frac{4}{9}$ di linea. Ed è questo infatti lo spazio descritto in un secondo dai corpi che cadono verso la Terra. Come ha dimostrato lo Huygens basandosi su esperimenti eseguiti per mezzo di pendoli. Dunque la forza onde la Luna è trattenuta nella sua orbita (per le Regole I e II) è quella stessa che noi soliamo chiamare forza di gravità. Perchè se la gravità fosse diversa da essa, i corpi avvicinandosi alla Terra sotto l'impulso delle due forze unite insieme cadrebbero con velocità doppia, e in un secondo percorrerebbero trenta piedi di Parigi e un sesto, ciò che è contrario all'esperienza.

Questo calcolo è fondato su l'ipotesi che la Terra si trovi in quiete. Perchè se la Terra e la Luna si muovessero intorno al Sole, e attorno ad un centro comune di gravità, allora la distanza fra il centro della Luna e quello della Terra sarebbe di sessanta e mezzo semidiametri terrestri, come sarebbe facile ricavare

(dalla Proposizione IX, Libro Primo) per mezzo del calcolo.

PROPOSIZIONE V. TEOREMA V. — *I satelliti di Giove gravitano verso Giove, quelli di Saturno verso Saturno, e i pianeti verso il Sole; e le loro forze di gravità li ritraggono dal moto rettilineo e li trattengono nelle loro orbite curvilinee.*

Perchè le rivoluzioni dei satelliti di Giove attorno a Giove, quelle dei satelliti di Saturno attorno a Saturno, e quelle di Mercurio e di Venere e degli altri pianeti attorno al Sole, sono fenomeni dello stesso genere della rivoluzione della Luna attorno alla Terra; e perciò — per la Regola II — dipendono da cause dello stesso genere: tanto più che si è dimostrato che le forze da cui dipendono tali rivoluzioni tendono al centro di Giove, di Saturno e del Sole, e che allontanandosi da Giove, da Saturno e dal Sole esse decrescono con la stessa legge con cui decresce la forza di gravità quando si allontana dalla Terra.

COROLLARIO I. — Dunque tutti i pianeti sono soggetti alla gravitazione. Infatti nessuno dubita che Venere, Mercurio e tutti gli altri pianeti non siano corpi dello stesso genere di Giove e di Saturno.