

PROP. III. THEOR. III.

Vim, quâ Luna retinetur in orbe suo, respicere Terram, ☉ esse reciprocè ut quadratum distantiae locorum ab ipsius centro.

Patet assertionis pars prior per Phænomenon sextum, & Propositionem secundam vel tertiam libri primi: & pars posterior per motum tardissimum Lunaris Apogæi. Nam motus ille, qui singulis revolutionibus est graduum tantum trium & minorum trium in consequentia, contemni potest. Patet enim (per Corol. I. Prop. XLV. Lib. I.) quod si distantia Lunæ à centro Terræ sit ad semidiametrum terræ ut D ad 1 ; vis, à quâ motus talis oriatur, sit reciprocè ut $D^{2\frac{2}{3}}$, id est, reciprocè ut ea ipsius D dignitas cujus index est $2\frac{2}{3}$, hoc est, in ratione distantiae paulo majore quàm duplicata inversè, sed quæ partibus $59\frac{3}{4}$ propius ad duplicatam quàm ad triplicatam accedit. Oritur verò ab actione Solis (uti posthac dicetur) & propterea hîc negligendus est. Actio Solis quatenus Lunam distrahit à Terrâ, est ut distantia Lunæ à Terrâ quamproximè; ideoque (per ea quæ dicuntur in Corol. 2. Prop. XLV. Lib. I.) est ad Lunæ vim centripetam ut 2 ad $357,45$ circiter, seu 1 ad $178\frac{2}{3}$. Et neglectâ Solis vi tantillâ, vis reliqua, quâ Luna retinetur in orbe, erit reciprocè ut D^2 . Id quod etiam plenius constabit conferendo hanc vim cum vi gravitatis, ut fit in Propositione sequente.

Corol. Si vis centripeta mediocris, quâ Luna retinetur in orbe, augeatur primò in ratione $177\frac{2}{3}$ ad $178\frac{2}{3}$, deinde etiam in ratione duplicatâ semidiametri Terræ ad mediocrem distantiam centri Lunæ à centro Terræ: habebitur vis centripeta Lunaris ad superficiem Terræ; posito quòd vis illa, descendendo ad superficiem Terræ, perpetuò augeatur in reciprocâ altitudinis ratione duplicatâ.

PROP.

(*) Posito utique Lunam, in orbe circulari, cujus diameter bis sexaginta semidiametrorum terrestrium esset, circum Terram in centro ejus circuli immobilem, spatio mensis quem vocant periodici, æquabili cum motu ferri; calculis exquisitè subductis, invenio rectam, quæ diametri ejus circuli arcusque à Lunâ scrupuli primi spatio conficiendi proportione sit tertia, invenio, inquam, hanc rectam pedum Parisiensium $15,009$. Atque hoc est spatium, quod corpus, vi illâ incitatum, quâ Luna in orbe illo circulari retinenda esset, rectâ cadendo, scrupuli primi spatio conficeret.

Prop.

PROP. IV. THEOR. IV.

Lunam gravitare in Terram, ☉ vi gravitatis retrahi semper à motu rectilineo, ☉ in orbe suo retineri.

Lunæ distantia mediocris à Terrâ in syzygiis est semidiametrorum terrestrium, secundum *Ptolemæum* & plerosque Astronomorum, 59 ; secundum *Vendelinum* & *Hugenium*, 60 ; secundum *Copernicum*, $60\frac{1}{2}$; secundum *Streetum*, $60\frac{2}{3}$; & secundum *Tychonem*, $56\frac{1}{2}$. Ast *Tycho*, & quotquot ejus Tabulas refractionum sequuntur, constituendo refractiones Solis & Lunæ (omnino contra naturam Lucis) majores quàm Fixarum, idque scrupulis quasi quatuor vel quinque, auxerunt parallaxin lunæ scrupulis totidem, hoc est, quasi duodecimâ vel decimâ quintâ parte totius parallaxeos. Corrigatur iste error, & distantia evadet quasi $60\frac{1}{2}$ semidiametrorum terrestrium, ferè ut ab aliis assignatum est. Assumamus distantiam mediocrem sexaginta semidiametrorum in syzygiis; & lunarem periodum respectu Fixarum compleri diebus 27 , horis 7 , minutis primis 43 , ut ab Astronomis statuitur; atque ambitum Terræ esse pedum Parisiensium 123249600 , uti à *Gallis* mensurantibus definitum est: & si Luna motu omni privari fingatur, ac demitti, ut urgente vi illâ omni, quâ (per Corol. Prop. III.) in orbe suo retinetur, descendat in Terram; hæc, spatio minuti unius primi cadendo, describet pedes Parisienses $15\frac{1}{17}$. Colligitur hoc ex calculo vel per Propositionem xxxvi. libri primi, vel (quod eodem recidit) per Corollarium nonum Propositionis quartæ ejusdem libri, confecto. Nam arcus illius, quem Luna tempore minuti unius primi, medio suo motu, ad distantiam sexaginta semidiametrorum terrestrium describat, sinus versus est pedum Parisiensium $15\frac{1}{17}$ circiter, vel magis accuratè pedum 15 , dig. 1 , & lin. $1\frac{4}{5}$ (8). Unde cum vis illa accedendo ad Terram augeatur in duplicatâ distantiae ratione inversâ, ideoque ad superficiem Terræ major sit partibus 60×60 quàm ad Lunam; corpus, vi illâ in re-

(Prop. IV. Cor. 9.) Sed vis, quæ Lunam in orbe illo retineret, cum differentia sit virium quarum major centrum Terræ, minor centrum Solis respicit, vi illâ centrum Terræ respiciente minor erit: atque eâ ratione minor quâ numerus 17775 minor numero 17875 . (Prop. III. Cor.) Augetur igitur spatium illud pedum Parisiensium $15,009$ pro hæc ratione; veniet spatium ped. Paris. $15,093 = 15$ ped. 1 dig. 1 lin. 7 .

gionibus

gionibus nostris cadendo, describere deberet, spatio minuti unius primi, pedes Parisienses $60 \times 60 \times 15 \frac{1}{12}$, & spatio minuti unius secundi pedes $15 \frac{1}{12}$, vel magis accuratè pedes 15. dig. 1. & lin. $1 \frac{1}{2}$. Et eadem vi Gravia reverà descendunt in Terram. Nam Penduli, in latitudine Lutetiæ Parisiorum ad singula minuta secunda oscillantis, longitudo est pedum Parisiensium & linearum $8 \frac{1}{2}$, ut observavit *Hugenius*. Et altitudo, quam Grave tempore minuti unius secundi cadendo describit, est ad dimidiam longitudinem Penduli hujus in duplicatâ ratione circumferentiæ circuli ad diametrum ejus (ut indicavit etiam *Hugenius*) ideoque est pedum Parisiensium 15. dig. 1. lin. $1 \frac{1}{2}$. Et propterea vis, quâ Luna in orbe suo retinetur, si descendatur in superficiem Terræ, æqualis evadit vi gravitatis apud nos; ideoque (per Reg. I & II.) est illa ipsa vis quam nos gravitatem dicere solemus. Nam si gravitas ab eâ diversa esset, corpora, viribus utrisque conjunctis Terram petendo, duplo velociùs descenderent; & spatio minuti unius secundi cadendo describerent pedes Parisienses $30 \frac{1}{6}$: omnino contra experientiam (h).

Calculus hic fundatur in hypothesi, quòd Terra quiescit. Nam si Terra & Luna moveantur circum Solem, & interea quoque circum commune gravitatis centrum revolvantur: manente lege gravitatis, distantia centrorum lunæ ac terræ ab invicem erit $60 \frac{1}{2}$ semidiametrorum terrestrium circiter; uti computationem ineunti patebit. Computatio autem iniri potest per Prop. LX. Lib. I. (i)

Scholium.

Demonstratio Propositionis sic fusiùs explicari potest. Si Lunæ plures circum Terram revolverentur, perinde ut fit in systemate Saturni vel Jovis: harum tempora periodica (per argumentum inductionis) observarent legem Planetarum à *Keplero* detectam; & propterea harum vires centripetæ forent reciprocè ut quadrata distantiarum à centro Terræ, per Prop. I. hujus. Et si earum infima

(h) Vid. De Syst. Mundi § 10.

(i) NEMPE radius orbis circularis, quem Luna circum Terram, in centro orbis immobilem, manente periodicum quem vocant spatio, conficeret, is minor esset quàm Lunæ, circum centrum gravitatis, quod ipsi cum Terrâ est commune, circumactæ, à centro Terræ distantia. (Lib. I. Prop. LX.) Hanc ob causam Newtonus radium orbis illius circularis 60 semidiametrorum terrestrium posuit, cum distantia Lunæ, si maximæ minimæque sumatur media, sexaginta semidiametrorum terrestrium

infima esset parva, & vertices altissimorum montium propè tangent: hujus vis centripeta, quâ retineretur in orbe, gravitates corporum in verticibus illorum montium (per computationem præcedentem) æquaret quamproximè; efficeretque, ut eadem lunula, si motu omni quo pergit in orbe suo privaretur, defectu vis centrifugæ, quâ in orbe permanferat, descenderet in Terram; idque eadem cum velocitate, quâ Gravia cadunt in illorum montium verticibus, propter æqualitatem virium quibus descendunt. Et si vis illa, quâ lunula illa infima descendit, diversa esset à Gravitate, & lunula illa etiam gravis esset in Terram, more corporum in verticibus montium: eadem lunula, vi utrâque conjunctâ, duplo velociùs descenderet. Quare cum vires utræque, & hæ corporum gravium, & illæ lunarum, centrum Terræ respiciant, & sint inter se similes & æquales, eadem (per Reg. I & II.) eandem habebunt causam. Et propterea vis illa, quâ Luna retinetur in orbe suo, ea ipsa erit quam nos Gravitationem dicere solemus: idque maximè ne lunula in vertice montis vel gravitate careat, vel duplo velociùs cadat, quàm corpora gravia solent caderè.

PROP. V. THEOR. V.

Planetas Circumjoviales gravitare in Jovem, Circum saturnios in Saturnum, & Circumsolares in Solem, & vi gravitatis suæ retrahi semper à motibus rectilineis, & in orbibus curvilineis retineri (k).

Nam revolutiones Planetarum Circumjovialium circa Jovem, Circum saturniorum circa Saturnum, & Mercurii ac Veneris reliquorumque Circumsolarium circa Solem, sunt phænomena ejusdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; & propterea (per Reg. II.) à causis ejusdem generis dependent: præsertim cum demonstratum sit quòd vires, à quibus revolutiones illæ dependent, respiciant centra Jovis, Saturni ac Solis, & recedendo à Jove, Sa-

trium cum semisse haud minor sit. Quâ in re non malè se conjecisse ex eo persuadere instituit, quòd si radium illum semidiametrorum sexaginta pro eâ ratione augeas, quâ, manente gravitatis lege, distantia Lunæ à Terrâ mobili radium illum superare debet, veniet planè longitudo sexaginta semidiametrorum terrestrium cum semisse pro distantia illâ, qualem ferè eam Astronomi constituerunt. Vide Opus Posth. De Syst. Mundi §. 11.

(k) De Syst. Mundi § 12.