

VERSO L'INVALSI

Questa prova può essere affrontata all'inizio della quinta.

1 Andrea si è dimenticato il codice che deve digitare per aprire il portone del palazzo in cui vive. Sa che è formato da 4 cifre (da 0 a 9), e si ricorda che le cifre diverse che compaiono nel codice sono 3 e che le due cifre uguali sono consecutive. Quanti tentativi dovrebbe fare Andrea, al massimo, per entrare nel palazzo?

2 Considera il polinomio $p(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$.

a. $p(x)$ è divisibile per $x + 1$. V F

b. $p(-2) = 0$. V F

c. $p(x) > 0$ per $x > -1$. V F

d. $\frac{p(x)}{x+2} \leq 0$ se $x < -2 \vee x \geq -1$. V F

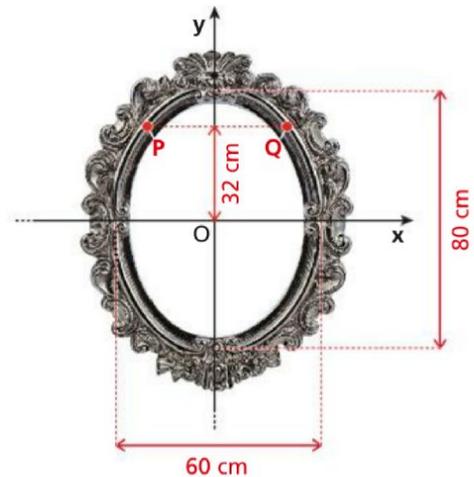
3 La soluzione dell'equazione $2 \cos(2x) + 1 = 0$ nell'intervallo $[\pi; \frac{3}{2}\pi]$ è:

- A $-\frac{2\pi}{3}$. D $\frac{7\pi}{6}$.
- B $\frac{2\pi}{3}$. E $\frac{17\pi}{12}$.
- C $\frac{4\pi}{3}$.

4 La pendenza media di una strada si calcola come il rapporto (solitamente espresso in percentuale) $\frac{\Delta h}{\Delta x}$, dove Δh è il dislivello verticale tra il punto iniziale e il punto finale e Δx è la distanza orizzontale (cioè la lunghezza della proiezione sul piano dell'orizzonte).

- a. Se un tratto di strada con una pendenza costante dell'8% sale di 220 m, qual è la lunghezza, in metri, della strada? (Approssima il risultato all'unità.)
- A 2750 m C 276 m E 176 m
- B 2759 m D 1760 m
- b. Baldwin Street (a Dunedin, in Nuova Zelanda) è una strada con una pendenza media del 35%. Qual è l'ampiezza dell'angolo che la strada forma con l'orizzonte? Esprimi il risultato in gradi sessagesimali, approssimando il risultato all'unità.

5 Lo specchio in figura ha forma ellittica.



a. Qual è l'equazione del bordo dello specchio nel sistema di riferimento cartesiano Oxy ?

A $900x^2 + 1600y^2 = 1$

B $3600x^2 + 6400y^2 = 1$

C $\frac{x^2}{900} + \frac{y^2}{1600} = 1$

D $\frac{x^2}{3600} + \frac{y^2}{6400} = 1$

E $(x - 30)^2 + (y - 40)^2 = 1$

b. Lo specchio viene appeso tramite due gancetti situati nei punti P e Q dell'ellisse (sul retro dello specchio). Quanto distano tra loro i due gancetti?

6 Quale delle seguenti coniche ha come centro di simmetria il punto $(1; 1)$?

A $y^2 - x^2 = 3$

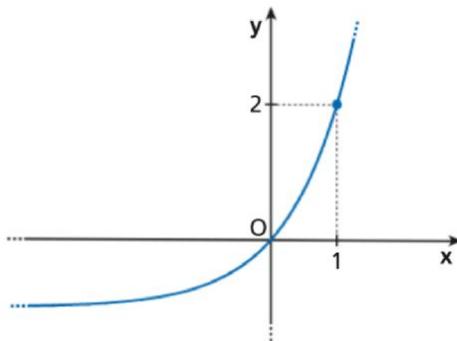
B $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

C $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

D $y = x^2 - 3$

E $xy - x - y = 0$

- 7** Nel seguente grafico è rappresentata una funzione del tipo $y = a^x + b$. Trova a e b .



- A** $a = 2, b = 1$
B $a = 2, b = 0$
C $a = 2, b = -1$
D $a = 3, b = 0$
E $a = 3, b = -1$

- 8** Nel gioco della briscola si distribuiscono 3 carte (da un mazzo di 40) a ciascun giocatore. Qual è la probabilità, per un giocatore, di avere una mano formata da 3 assi?

- 9** Considera un cono con raggio di base R e altezza h . Quale delle seguenti funzioni esprime il raggio della sezione circolare ottenuta intersecando con il cono il piano parallelo alla base e a distanza x da essa?

- A** $f(x) = \sqrt{R^2 + x^2}$
B $f(x) = \sqrt{R^2 + (h - x)^2}$
C $f(x) = \frac{R}{h}(h - x)$
D $f(x) = \frac{R}{h}x$
E $f(x) = \frac{h}{R}(R - x)$

- 10** Qual è il più grande fra i seguenti numeri?

- A** $\sqrt{2^5}$ **D** 4
B $\left(\frac{1}{2^{-10}}\right)^{\frac{1}{4}}$ **E** $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$
C $\sqrt[3]{4^4}$

- 11** Quale delle seguenti coppie di equazioni rappresenta una trasformazione geometrica che trasforma la retta di equazione $x = 2y$ in se stessa?

- A** $\begin{cases} x' = 3x - 4 \\ y' = 3y - 2 \end{cases}$
B $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$
C $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$
D $\begin{cases} x' = 2 - x \\ y' = 4 - y \end{cases}$

E Nessuna delle precedenti.

- 12** La disequazione $\sqrt{x^2} < x + 1$ ha come soluzione:

- A** $-\frac{1}{2} < x < 0$.
B $x \geq 0$.
C ogni $x \in \mathbb{R}$.
D nessun $x \in \mathbb{R}$.
E $x > -\frac{1}{2}$.

- 13** Alle elezioni universitarie si presentano la lista A e la lista B, ognuna delle quali ha 5 componenti. I seggi da assegnare sono 5. Per ripartirli fra le due liste, si procede come segue:

- si determinano i *quozienti di lista*, dividendo i voti ricevuti da ogni lista per 1, 2, 3, 4 e 5;
- si dispongono in ordine decrescente i quozienti così ottenuti: i primi 5 quozienti determinano la ripartizione dei seggi.

Il totale dei voti validi ricevuti dalle due liste è 220.

- a.** Se la lista A riceve 152 voti, a quanti seggi ha diritto?

- A** 1 **D** 4
B 2 **E** 5
C 3

- b.** Qual è il numero minimo di voti che deve ricevere A per ottenere tutti e 5 i seggi?

- 14** Se $a > 0$, quanto vale $\log_a\left(\frac{\sqrt{a}}{a^2}\right)$?

- 15** Se

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ e } \sin \alpha = \frac{4}{5},$$

quanto vale $\tan(2\alpha)$?