

## 1 Le equazioni di I grado in una incognita

Nelle seguenti equazioni sostituisci alcuni numeri alla lettera  $x$  in modo che esse diventino uguaglianze vere:

1  $x + 6 = 10$ ;  $x - 6 = 10$ ;  $6x = 10$ ;  $\frac{x}{6} = 10$

2  $3x = 12$ ;  $3 + x = 12$ ;  $x - 3 = 12$ ;  $\frac{x}{3} = 12$

3  $x + 4 = 1$ ;  $x - 4 = 1$ ;  $4x = 1$ ;  $\frac{x}{4} = 1$

4  $x + 5 = 2$ ;  $x - 5 = 2$ ;  $5 - x = 2$ ;  $5x = 2$

5  $-2x = 6$ ;  $-6x = 2$ ;  $-2 + x = 6$ ;  $-6 + x = 2$

6  $3 = 2 + x$ ;  $2 = 3 + x$ ;  $2x = 3$ ;  $3 = 2x$

7  $2x = -8$ ;  $8 = 2 + x$ ;  $2 + x = 8$ ;  $-2 = x + 8$

8  $2x = 3$ ;  $2 - x = 3$ ;  $2 = 3 - x$ ;  $-2 = 3x$

Distingui tra le seguenti espressioni definite in  $\mathbf{R}$  uguaglianze ed equazioni. Se sono equazioni, sostituisci alle lettere dei numeri in modo che diventino uguaglianze vere:

9  $4 + 8 = 12$ ;  $5 \cdot x = 10$ ;  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ ;  $-x + x = 0$

10  $10 - 2 = 8$ ;  $x - 3 = 7$ ;  $\sqrt{2} + x = 0$ ;  $a^2 = 2a$ ;  $x^2 - 1 = 48$

11  $3x - 3x = 0$ ;  $\sqrt{5} \cdot \frac{1}{x} = 1$ ;  $3a = 2 + a$ ;  $x \cdot \frac{1}{5} = 2$ ;  $-x^2 + 3 = -2x^2 + 12$

12  $6 - \frac{9}{2} = 5$ ;  $-\frac{1}{3} \cdot x = -1$ ;  $\frac{3a}{3a} = 1$ ;  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 25$ ;  $x^2 = 25$

Determina in quale fra gli insiemi  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  le seguenti equazioni hanno soluzione:

13 a)  $x + 3 = 5$ ; b)  $14 + x = -3$ ; c)  $7x = -1$

14 a)  $x - 4 = 16$ ; b)  $\frac{1}{2}x + 5 = 6$ ; c)  $x^2 = 2$

Determina l'insieme delle soluzioni delle seguenti equazioni:

15 a)  $x + 4 = 6$ , in  $\mathbf{N}$ ; b)  $5 \cdot x = 1$ , in  $\mathbf{N}$ ; c)  $x^2 = 9$ , in  $\mathbf{Z}$ ; d)  $x^2 = 3$ , in  $\mathbf{R}$

16 a)  $x^2 = 3$ , in  $\mathbf{Q}$ ; b)  $x^2 = 4$ , in  $\mathbf{Z}$ ; c)  $8 + x = 0$ , in  $\mathbf{N}$ ; d)  $12x = 6$ , in  $\mathbf{Z}$

17 a)  $3x - 3x = 9$ , in  $\mathbf{Q}$ ; b)  $\frac{x}{2} - \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ , in  $\mathbf{Q}$ ; c)  $x^2 = 5$ , in  $\mathbf{Q}$ ; d)  $5x = -1$ , in  $\mathbf{R}$

Quali delle seguenti equazioni sono proprie, quali sono impossibili e quali sono identità?

- |    |   |   |   |
|----|---|---|---|
| 18 | $3x + 3x = 6x$ , in $\mathbf{R}$ ;                      | $3x + 3 = 6$ , in $\mathbf{R}$ ;                                  | $0x = 5$ , in $\mathbf{R}$                    |
| 19 | $x + 5 = 8$ , in $\mathbf{N}$ ;                         | $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{6}x$ , in $\mathbf{Q}$ ; | $\frac{0}{3}x = 1$ , in $\mathbf{R}$          |
| 20 | $5x = 3x$ , in $\mathbf{R}$ ;                           | $\sqrt{3} + x = \sqrt{3} - x$ , in $\mathbf{R}$ ;                 | $\sqrt{2}x - \sqrt{2}x = 0$ , in $\mathbf{R}$ |
| 21 | $\frac{3}{4} + x = \frac{3}{4} + x$ , in $\mathbf{Q}$ ; | $5x = 0$ , in $\mathbf{R}$ ;                                      | $2x + 2x = 4x^2$ , in $\mathbf{R}$            |
| 22 | $\frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$ , in $\mathbf{R}$ ;       | $6 + x = 6 + x$ , in $\mathbf{N}$ ;                               | $3x = 0$ , in $\mathbf{Z}$                    |

In ognuna delle seguenti formule, sostituisci alle lettere opportuni numeri naturali in modo che, se possibile, si trasformino in uguaglianze *false*:

- |    |                                 |                             |                                       |
|----|---------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| 23 | $x - 5 = 3x - 7$ ;              | $2x - 1 = 1 - 2x$ ;         | $\frac{3}{4}a + b = b + \frac{3}{4}a$ |
| 24 | $x - y = y - x$ ;               | $2a \cdot b = b \cdot 2a$ ; | $y - \sqrt{2} = 0$                    |
| 25 | $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ; | $\frac{2}{3} + y = 0$ ;     | $2x - 1 = -4x + 2$                    |
| 26 | $\sqrt{3}x = \sqrt{3}$ ;        | $2a - b = b - 2a$ ;         | $0.1 + x = 1.1$                       |

Per ognuna delle seguenti equazioni, stabilisci il grado e il numero delle incognite e verifica se e quali numeri o coppie di numeri a fianco indicati appartengono all'insieme delle soluzioni:

- |    |  |   |                        |
|----|--|---|------------------------|
| 27 | $8 - x = 11$ ;                             | $x_1 = -3, x_2 = 4, x_3 = 1$                              | $[x_1]$                |
| 28 | $7x - 5 = -19$ ;                           | $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -2$                              | $[x_3]$                |
| 29 | $5x + 6 = 3x - 4$ ;                        | $x_1 = 2, x_2 = 5, x_3 = -5$                              | $[x_3]$                |
| 30 | $\frac{1}{2}x + 6 = 2$ ;                   | $x_1 = -3, x_2 = 1, x_3 = -8$                             | $[x_3]$                |
| 31 | $10 + 2x = 4x + 8$ ;                       | $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2, x_3 = -1$                    | [nessuno dei tre]      |
| 32 | $5(x - 1) = 3x + 1$ ;                      | $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 0$                              | $[x_1]$                |
| 33 | $-\frac{x}{2} - 1 = 2$ ;                   | $x_1 = 2, x_2 = -6, x_3 = 6$                              | $[x_2]$                |
| 34 | $x^2 + 2x - 3 = 0$ ;                       | $x_1 = -3, x_2 = 1, x_3 = 3$                              | $[x_1, x_2]$           |
| 35 | $\sqrt{2}(y - 1) = \sqrt{2}y - \sqrt{2}$ ; | $y_1 = 1, y_2 = \sqrt{2}, y_3 = \frac{3}{2}$              | [qualunque $y$ ]       |
| 36 | $y = 3x - 1$ ;                             | $x_1 = 0, y_1 = -1; x_2 = 3, y_2 = 8; x_3 = -2, y_3 = 10$ | $[x_1, y_1; x_2, y_2]$ |
| 37 | $0.1y + 1 = 10$ ;                          | $y_1 = 0, y_2 = 90, y_3 = 9$                              | $[y_2]$                |
| 38 | $\frac{x + 1}{2} = 5$ ;                    | $x_1 = 4, x_2 = -9, x_3 = 9$                              | $[x_3]$                |
| 39 | $y = \frac{1}{2}x - 2$ ;                   | $x_1 = 0, y_1 = -2; x_2 = 2, y_2 = 0; x_3 = 2, y_3 = -1$  | $[x_1, y_1; x_3, y_3]$ |
| 40 | $y^2 - 8y + 15 = 0$ ;                      | $y_1 = 0, y_2 = 5, y_3 = 3$                               | $[y_2, y_3]$           |
| 41 | $8(x - 1) + 3(2x + 4) = 8x - 8$ ;          | $x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 3$                              | $[x_1]$                |

Verifica se le seguenti equazioni sono identità:

**E ▶**

**ESERCIZIO SVOLTO**

$$\frac{a+1}{2} - 3 = \frac{3}{2}a + 1 - \left(a + \frac{7}{2}\right)$$

Riduciamo il più possibile le espressioni a sinistra e a destra del predicato «=», operando separatamente:

$$\frac{a+1-6}{2} = \frac{3a+2}{2} - \frac{2a+7}{2}$$

$$\frac{a-5}{2} = \frac{3a+2-2a-7}{2}$$

$$\frac{a-5}{2} = \frac{a-5}{2}$$

È una identità.

42  $4(x-1) - x + 6 = -1 + 3(x+1)$  [sì]

43  $1 + 2(y-3) = -(y+2) + 3(y-1)$  [sì]

44  $\frac{3v+1}{2} + \frac{v-1}{2} = 2v$  [sì]

45  $a^2 + 2 = (a+2)(a+1) - 3a$  [sì]

46  $4y + (y - \sqrt{2}) - y = -(\sqrt{2} + y) + 5y$  [sì]

47  $(t-3)^2 - (t^2 + 6) - 3(3 - 2t - 2) = 0$  [sì]

48  $-2x + 6\left(\frac{3}{2}x + 1\right) + 3(1+x) = \left(\left((3x+2) - (-x-1)\right) : \frac{1}{3}\right) - (2x+5)$  [impossibile]

49  $2u - (u-1)(u+1) = u(2-u) + 1$  [sì]

50  $k^2 - (k+3)^2 = -3(3+2k)$  [sì]

51  $(0.5z+1)(0.5z-1) + \frac{8}{3}z = 0.5z(0.5z-2) + \frac{8}{3}z$  [impossibile]

52  $(\sqrt{3}x-1)^2 - 3(x-1)^2 + 8 = x(6-2\sqrt{3}) + 6$  [sì]

Verifica se le seguenti equazioni sono impossibili:

53  $(x+2) + 2x = (x+1) - 2(3-x) + 6$  [impossibile]

54  $\frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}z+5) = z+5$  [impossibile]

55  $3(0.\bar{3}+1) - 1.5(x+0.\bar{2}) = -(0.5x-3.\bar{3})$  [impossibile]

56  $\frac{3}{5}(5x-1) + 5\left(\frac{1}{3}x+2\right) = \frac{2}{3}\left(7x-\frac{9}{10}\right)$  [impossibile]

57  $y+7(y-2) = 5y+3(y-8)$  [impossibile]

58  $2(\sqrt{3}+2x) - \sqrt{3}(2-6x) = 2\sqrt{3}\left(3x-\frac{1}{2}\right) + 4x + \sqrt{3}$  [identità]

- 59  $9 - 3x^2 + (1 - 3x)^2 = 2x(3x - 3)$  [impossibile]
- 60  $(t - 1)^3 = t^3 + 1 - 3t(t - 1)$  [impossibile]
- 61  $((z + 3)(z - 3) - z(z + 9)) \cdot (-3)^{-1} = z + 5 + 2(z - 1)$  [identità]
- 62  $2p + \frac{1+p}{2} = \frac{6p+3}{4}$  [impossibile]

63 Quali fra le seguenti equazioni sono equivalenti all'equazione  $5x - 3 = 2$ ?

- a)  $10x - 6 = 4$     b)  $5x - 3 + 3 = 2 + 3$     c)  $x - 3 = 2 - 5$   
 d)  $-5x + 3 = -2$     e)  $x - \frac{3}{5} = 2$

[a, b, d]

64 Quali fra le seguenti coppie di equazioni sono equivalenti?

- a)  $x^2 = 16$ ;  $x + 3 = 7$     d)  $2x = 6$ ;  $2 + x = 6$   
 b)  $x + 3 = 5$ ;  $x + 5 = 7$     e)  $x + 5 = 6$ ;  $6 = x + 5$   
 c)  $3 - x = 2$ ;  $x - 3 = 2$     f)  $x^3 = 1$ ;  $x^2 = 1$

[b, e]

65 Sostituisci il numero  $\frac{3}{4}$  all'incognita nelle seguenti equazioni. Di quali di esse  $\frac{3}{4}$  è soluzione e quali sono tra loro equivalenti?

- a)  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 0$     d)  $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = 1$     g)  $2x = \frac{3}{2}$   
 b)  $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}$     e)  $\frac{2}{3}x + 1 = 1$     h)  $4x = 3$   
 c)  $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}x$     f)  $x = \frac{3}{2} - 2$     i)  $4 + x = 3$

Trasforma le seguenti equazioni in equazioni equivalenti in modo da trovarne la soluzione:

## E ► ESERCIZIO SVOLTO

$$x - 2 = 7$$

$$x - 2 + 2 = 7 + 2$$

$$x = 9$$

Abbiamo eseguito la stessa operazione (evidenziata dal colore) sia a sinistra, sia a destra del predicato « $=$ ».

- 66  $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{7}$ ;     $x - (-3) = 4$      $\left[\frac{10}{21}; 1\right]$
- 67  $7 + x = \frac{1}{2}$ ;     $8 - 3 + x = 4 - 2$      $\left[-\frac{13}{2}; -3\right]$
- 68  $x - 1 - \frac{1}{7} = 2 - \frac{1}{7}$ ;     $-3 + x - 4 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$      $\left[3; \frac{43}{6}\right]$
- 69  $0.5 + x = 1.2$ ;     $x - 4.3 = 3.5 - 1.2$     [0.7; 6.6]
- 70  $x - 7.1 = 1.25 - 0.2$ ;     $3 + x - 1.7 = 2.1$     [8.15; 0.8]