

- Di quanto sale il baricentro del blocco?

[circa 1,4 m]

86 Un carrello di massa 2,0 kg viene trainato lungo un binario rettilineo da una forza costante di 50 N per 10 m.

- Che velocità acquista? Trascura l'effetto dell'attrito.

- A che altezza arriverebbe se venisse lanciato verso l'alto con quella velocità?

[22 m/s; 25 m]

87 Una molla orizzontale di costante elastica $k = 9,8 \text{ N/m}$ è compressa di un tratto s . In corrispondenza dell'estremo libero della molla appoggiata sul piano orizzontale è posta in quiete una massa $m = 2,0 \times 10^{-2} \text{ kg}$. A un certo istante, la molla viene liberata e spinge la massa lungo il piano d'appoggio orizzontale privo di attrito. Dopo un tratto iniziale, la massa incontra un piano inclinato senza attrito di altezza $h = 1,0 \text{ cm}$ e pendenza θ .

- Calcola il valore di s affinché la massa raggiunga con velocità zero la cima della salita. Trascura l'attrito dell'aria.

[$s = 2,0 \text{ cm}$]

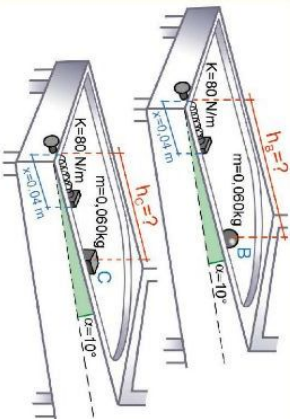
8 LE FORZE NON CONSERVATIVE E IL TEOREMA LAVORO-ENERGIA

PROBLEMA MODELLO 11 GIOCANDO A FLIPPER

In un flipper, inclinato di 10° , una biglia di massa 60 g è appoggiata su una molla compressa di 4,0 cm. La costante elastica della molla è 80 N/m. A un certo istante la molla è lasciata andare e la biglia parte. L'effetto dell'attrito tra la biglia e la superficie del flipper è trascurabile.

- Di quanto salirà, in verticale, la biglia?

- Si sostituisce la biglia con un cubetto, di uguale massa; il coefficiente di attrito dinamico tra cubetto e superficie del flipper è 0,10. Di quanto salirà, in verticale, il cubetto?



■ DATI

Massa della pallina: $m = 0,060 \text{ kg}$
 Compressione della molla: $x = 0,04 \text{ m}$
 Costante elastica della molla: 80 N/m
 Coefficiente di attrito dinamico tra flipper e cubetto: $\mu_d = 0,10$
 Inclinazione flipper: $\alpha = 10^\circ$

■ INCOGNITE

Altezza raggiunta da biglia: $h_b = ?$
 Altezza raggiunta da cubetto: $h_c = ?$

L'IDEA

Nel primo caso le forze presenti sono: la forza-peso e la forza elastica, che sono conservative; la forza di reazione vincolare della superficie del flipper, che è perpendicolare a essa e quindi allo spostamento, per cui non compie lavoro. Il sistema è dunque conservativo.

Alla partenza A, scelta come riferimento per l'energia potenziale della forza-peso, il sistema ha solo energia potenziale elastica. Poi, alla massima altezza (punto B), tutta l'energia è diventata energia potenziale della forza-peso. Nel secondo caso è presente anche una forza di attrito dinamico, che sottrae energia al sistema (che non è più conservativo) poiché compie lavoro negativo; il punto C di massima altezza sarà quindi a una quota inferiore.

LA SOLUZIONE

1° caso: sistema conservativo.

Il teorema di conservazione dell'energia meccanica afferma:

$$U_{ca} + U_{ga} + K_A = U_{cb} + U_{gb} + K_B.$$

Scegliamo il livello di zero dell'energia potenziale elastica quando la molla è tornata a riposo e la pallina ha raggiunto il punto B: $U_{gb} = 0 \text{ J}$. All'istante iniziale l'energia immagazzinata dalla molla compressa è pari a

$$U_{ca} = \frac{1}{2} kx^2.$$

Poniamo alla quota iniziale A il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso: $U_{ga} = 0 \text{ J}$ e quindi $U_{gb} = mgh$. Agli istanti iniziale e finale la biglia è ferma, pertanto $K_A = 0 \text{ J}$ e $K_B = 0 \text{ J}$.

Tutta l'energia potenziale elastica iniziale della molla è trasformata in energia potenziale della forza-peso della biglia: $U_{ca} = U_{gb}$ quindi $\frac{1}{2} kx^2 = mgh_b$, da cui posso ricavare

$$h_b = \frac{kx^2}{2mg} = \frac{(80 \text{ N/m}) \times (4,0 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{2 \times (6,0 \times 10^{-2} \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)} = 0,11 \text{ m}.$$

2° caso: sistema non conservativo.

Per poter applicare il teorema di conservazione dell'energia meccanica devo valutare il lavoro compiuto dalle forze non conservative.

Il cubetto si sposta lungo la superficie di un tratto di lunghezza $d = \frac{h_c}{\sin 10^\circ}$ prima di tornare giù. La forza di attrito che agisce sul cubetto lungo questo tratto è $f_d = \mu_d mg \cos 10^\circ$ e compie un lavoro pari a

$$W_{nc} = -f_d d = -\frac{h_c \mu_d mg \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ}.$$

Impostiamo il bilancio energetico per le posizioni A e C: $\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_A + W_{nc}$ che per quanto visto sopra equivale a

$$U_{ca} = U_{gc} + W_{nc} \text{ e otteniamo } mgh_c = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{h_c \mu_d mg \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} \text{ da cui ricaviamo}$$

$$h_c = \frac{kx^2}{2 \times (mg + \mu_d mg \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ})} = \frac{kx^2}{2 \times (0,060 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (1 + 0,1 \times \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ})} = 0,069 \text{ m}.$$

Come era lecito aspettarsi, il cubetto arriva a un'altezza minore a causa della forza di attrito.

PER NON SBAGLIARE

- Ricordati di scegliere nel modo più conveniente i livelli di zero per l'energia potenziale elastica e per quella della forza-peso.

PROBLEMA MODELLO 8 LA FRECCIA E L'ARCIERE

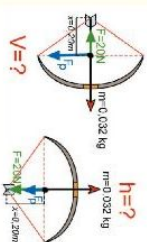
Un ragazzo sta per lanciare col suo arco una freccia di massa 32 g. Per scoccare la freccia, l'arciere tende la corda dell'arco e la sposta indietro di 0,20 m, esercitando una forza media di 20 N. Puoi trascinare dispersioni di energia.

- Con quale velocità la freccia viene scoccata dall'arco in direzione orizzontale?
- Ora invece la freccia è lanciata verso l'alto: che altezza raggiunge?

■ DATI	■ INCOGNITE
Massa: $m = 0,032$ kg	Velocità della freccia $v = ?$
Spostamento della corda: $x = 0,20$ m	Altezza finale $h = ?$
Forza media esercitata: $F = 20$ N	

L'IDEA

Se trascuriamo l'attrito, sulla freccia compiono lavoro soltanto la forza-peso e la forza elastica della molla, entrambe conservative. Quindi possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica per rispondere a entrambe le domande.



LA SOLUZIONE

Direzione orizzontale: applico la conservazione dell'energia meccanica fra la fase in cui l'arciere tende la corda (1) e la fase in cui la freccia viene scoccata (2).

La corda possiede un'energia potenziale elastica, un'energia potenziale dovuta alla forza-peso e un'energia cinetica; il teorema di conservazione dell'energia permette di affermare che

$$U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2.$$

Il lavoro W compiuto dall'arciere sulla corda aumenta l'energia potenziale elastica della corda, quindi:

$$U_{e1} - U_{e2} = W = Fx.$$

Fisso come livello di zero dell'energia potenziale elastica l'energia della corda a riposo: $U_{e2} = 0$ J.

L'altezza della freccia non cambia durante il lancio: i due contributi dovuti alla forza-peso sono uguali: $U_{g1} = U_{g2}$.

All'istante iniziale la freccia è ferma quindi $K_1 = 0$ J mentre $K_2 = \frac{1}{2}mv^2$.

Tutta l'energia potenziale elastica immagazzinata dalla corda è trasformata in energia cinetica della freccia.

Quindi $U_{e1} = K_2$ cioè:

$$Fx = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2Fx}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \text{ N} \times 0,20 \text{ m}}{0,032 \text{ kg}}} = 16 \text{ m/s}.$$

Direzione verticale: applico la conservazione dell'energia meccanica fra la fase in cui l'arciere tende la corda (1) e la fase in cui la freccia viene scoccata (2).

Anche in questo caso la condizione di conservazione dell'energia si traduce nell'equazione

$$U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2.$$

Anche in questo caso, il lavoro W compiuto sulla corda aumenta l'energia potenziale elastica della corda: $U_{e1} - U_{e2} = W = Fx$. Di nuovo, fissiamo il livello di zero dell'energia potenziale elastica quando la corda è a riposo: $U_{e2} = 0$ J.

Poniamo alla quota iniziale il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso $U_{g1} = 0$ J e dunque $U_{g2} = mgh$.

All'istante iniziale e a quello finale la freccia è ferma: quindi $K_1 = K_2 = 0$ J.

Gli unici contributi non nulli sono quindi $U_{e1} = U_{g2}$ cioè $Fx = mgh$, da cui si ricava

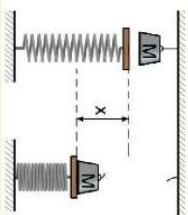
$$h = \frac{Fx}{mg} = \frac{(20 \text{ N}) \times (0,20 \text{ m})}{(0,032 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)} = 13 \text{ m}.$$

PROBLEMA MODELLO 9 LA PALLA SULLA MOLLA

Una palla di ferro di massa 4,0 kg sospesa a un cavo è posta su una molla che si trova nella condizione di riposo. La costante elastica della molla vale 500 N/m. In seguito, il cavo viene tagliato.

- Quanto vale la compressione massima della molla, prima che il peso sia respinto verso l'alto? L'effetto dell'attrito è trascurabile.

■ DATI	■ INCOGNITE
Massa: $m = 4,0$ kg	
Costante elastica: $k = 500$ N/m	
	Compressione massima $x = ?$



L'IDEA

Sulla palla agiscono soltanto la forza-peso e la forza elastica della molla, entrambe conservative, quindi possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica.

LA SOLUZIONE

Applico la conservazione dell'energia meccanica e fisso i livelli di zero dell'energia potenziale elastica e di quella della forza-peso.

In ogni istante del suo moto la palla possiede energia potenziale elastica, della forza-peso e energia cinetica; se applichiamo il teorema di conservazione dell'energia meccanica all'istante in cui il cavo viene tagliato (1) e all'istante in cui la palla viene respinta dalla molla (2), otteniamo $U_{e1} + U_{g1} + K_1 = U_{e2} + U_{g2} + K_2$.

Scegliamo il livello di zero dell'energia potenziale elastica quando la molla è a riposo: $U_{e1} = 0$ J. Ne deriva che $U_{e2} = \frac{1}{2}kx^2$.

Poniamo il livello di zero dell'energia potenziale della forza-peso nel punto finale di massima compressione della molla: $U_{g2} = 0$ J. Ne deriva che $U_{g1} = mgx$.

Agli istanti iniziale e finale la palla è ferma, quindi $K_1 = 0$ J e $K_2 = 0$ J.

Risolvo l'equazione ottenuta nell'incognita x.

I termini non nulli nell'equazione di conservazione dell'energia sono quindi $U_{g1} = U_{e2}$, cioè $mgx = \frac{1}{2}kx^2$; pertanto $x = \frac{2mg}{k} = \frac{2 \times (4,0 \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2)}{500 \text{ N/m}} = 0,16 \text{ m}$.

PER NON SBAGLIARE

Nell'istante di massima compressione della molla, tutta l'energia cinetica acquistata dal blocco di ferro durante la caduta è trasformata in energia potenziale elastica della molla.

85 Una molla è compressa di 7,0 cm da una forza di 250 N.

Un peso di massa 3,0 kg è a contatto con un'estremità della molla posta su un piano orizzontale dopo che la molla è stata compressa di 15 cm. Sul piano orizzontale, di fronte alla molla, si trova un piano inclinato alto 1,5 m e lungo 3,0 m. Trascura gli attriti sul piano orizzontale e su quello inclinato.

